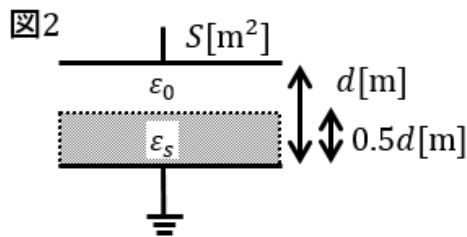
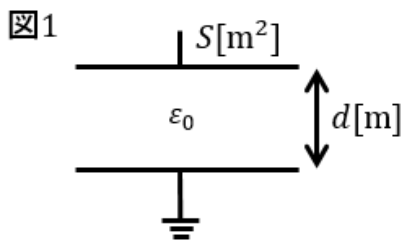


【問題】

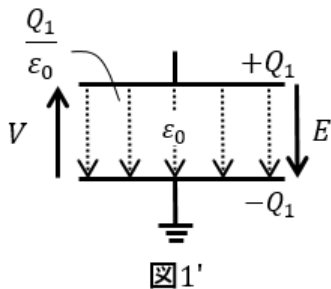
下部電極を接地し、上部電極に直流電圧 $V[V]$ を加えた平行平板コンデンサについて答えよ。ただし、端効果は無視するものとする。

- (1) 図1のように真空中に極板間距離が $d[m]$ 、面積が $S[m^2]$ の平行平板コンデンサがある。その静電容量 $C_1[F]$ を求めよ。ただし、真空中の誘電率を $\epsilon_0[F/m]$ とする。
- (2) 図2のように面積 $S[m^2]$ 、厚さ $0.5d[m]$ 、比誘電率 ϵ_s の誘電体を挿入したときの静電容量 $C_2[F]$ と静電容量 $C_1[F]$ の比(C_1/C_2)を求めよ。



【解答】

(1) 図1'のように極板間に直流電圧 $V[V]$ を印加すると電荷 $Q_1[C]$ が帯電される。



次に電荷 $Q_1[C]$ から電気力線 $N = \frac{Q_1}{\epsilon_0}$ [本]が

出ており、電界の強さは「電気力線の面積密度」であるから、極板間の電界の強さ $E [V/m]$ は次式で示せる。

$$E = \frac{N}{S} = \frac{Q_1}{\epsilon_0 S} [V/m]$$

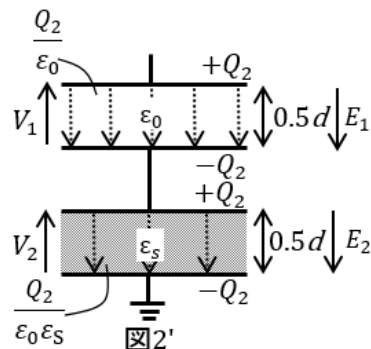
電位は「単位正電荷が持つ位置エネルギー」である。また、極板間の電位差 $V[V]$ は電界の強さ $E[V/m]$ が一様であるから次式で示せる。

$$V = Ed = \frac{Q_1}{\epsilon_0 S} d [V]$$

静電容量は「単位電位差当たりの貯蔵電荷」であるから、静電容量 $C_1[F]$ は、

$$C_1 = \frac{Q_1}{V} = \frac{Q_1}{\frac{Q_1 d}{\epsilon_0 S}} = \frac{\epsilon_0 S}{d} [F] \text{ (答)}$$

(2) 比誘電率 ϵ_s の誘電体を挿入したとき、上下の電極に $+Q_2[C]$ 、 $-Q_2[C]$ が帯電されたとする。このとき静電誘導を考えると図2'のようにコンデンサの直列接続として扱うことができる。



真空中及び誘電体の電気力線本数をそれぞれ N_1 [本]、 N_2 [本]とすると、

$$N_1 = \frac{Q_2}{\epsilon_0} [本]、N_2 = \frac{Q_2}{\epsilon_0 \epsilon_s} [本]$$

同様に電界の強さをそれぞれ E_1 [V/m]、 E_2 [V/m] とすると、

$$E_1 = \frac{N_1}{S} = \frac{Q_2}{\epsilon_0 S} \text{ [V/m]}, E_2 = \frac{N_2}{S} = \frac{Q_2}{\epsilon_0 \epsilon_S S} \text{ [V/m]}$$

同様に電位差を V_1 [V]、 V_2 [V] とすると、

$$V_1 = E_1 \times 0.5d = \frac{0.5dQ_2}{\epsilon_0 S} \text{ [V]}$$

$$V_2 = E_2 \times 0.5d = \frac{0.5dQ_2}{\epsilon_0 \epsilon_S S} \text{ [V]}$$

直流電圧 V に対してキルヒホッフの電圧則（任意の閉回路を一定方向にたどるとき、起電力の総和と電圧降下の総和は等しい）を適用すると、

$$V = V_1 + V_2 = \frac{0.5dQ_2}{\epsilon_0 S} + \frac{0.5dQ_2}{\epsilon_0 \epsilon_S S}$$

$$= \frac{0.5dQ_2}{\epsilon_0 S} \left(1 + \frac{1}{\epsilon_S} \right) \text{ [V]}$$

静電容量 C_2 [F] は、

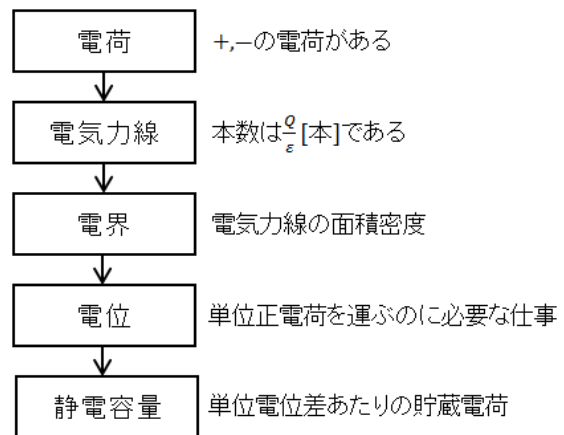
$$C_2 = \frac{Q_2}{V} = \frac{Q_2}{\frac{0.5dQ_2}{\epsilon_0 S} \left(1 + \frac{1}{\epsilon_S} \right)} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_S S}{0.5d(1 + \epsilon_S)} \text{ [F]}$$

したがって、 C_1 と C_2 の比は、

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\frac{\epsilon_0 S}{d}}{\frac{\epsilon_0 \epsilon_S S}{0.5d(1 + \epsilon_S)}} = \frac{0.5(1 + \epsilon_S)}{\epsilon_S} \text{ (答)}$$

<ポイント>

- この問題は、公式 ($C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$) の暗記のみで解けてしまう問題であるが、背景として『電荷→電気力線→電界→電位→静電容量』の流れが大切である。また、電験1種も2種も基本となる考え方は、3種がベースとなるため、静電気の体系図をご自分なりに作ってみる事をお勧めする。



- 電気力線の性質上、同符号は反発し合うため、コンデンサ端の部分の電気力線に膨らみを生じる。そのため、コンデンサ内の電界が一様として扱えなくなる。これを、「端効果」という。

