電験３種 奮闘講座　理論③ 直流回路

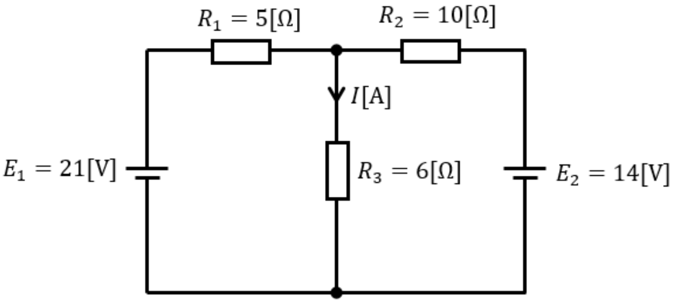
監修：電験予備校 東京電気学院（不許複製）

【問題】

図の回路において、抵抗$R_3 = 6[\Omega]$に流れる電流$I[\mathrm{A}]$を以下の手法を用いて答えよ。

(1) ノード法

(2) テブナンの定理



【解答】

（１）ノード法による解法

ノード法とは、**各節点（ノード）の電位を仮定し接点に対してキルヒホッフの電流則を適用する**手法である。

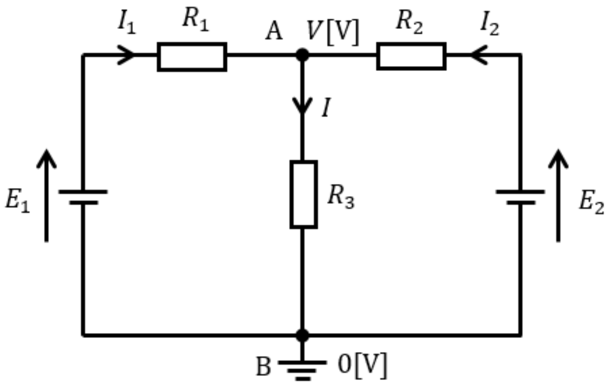


図1

図1のように、回路中の節点Bの電位を基準電位（0 V）とし、節点Aの未知電位を$V[\mathrm{V}]$とする。各抵抗に流れる電流を$I_1[\mathrm{A}]$、$I_2[\mathrm{A}]$、$I[\mathrm{A}]$とする。

節点Aにおいてキルヒホッフの電流則を立式し、オームの法則より各電流は次式で示すことができる。

$$I_1 + I_2 = I \quad \cdots ①$$

$$I_1 = \frac{E_1 - V}{R_1}[\mathrm{A}] \quad I_2 = \frac{E_2 - V}{R_2}[\mathrm{A}] \quad I = \frac{V - 0}{R_3}[\mathrm{A}] \quad \cdots ②$$

②式を①式に代入

$$\frac{E_1 - V}{R_1} + \frac{E_2 - V}{R_2} = \frac{V}{R_3}$$

$$\frac{21 - V}{5} + \frac{14 - V}{10} = \frac{V}{6}$$

$$V = 12[\mathrm{V}]$$

求める電流$I[\mathrm{A}]$は②式より、

$$I = \frac{V}{R_3} = \frac{12}{6} = 2[\mathrm{A}]$$（答）

（２）テブナンの定理による解法

テブナンの定理とは、**複雑な回路網を一つの電源と内部抵抗に集約する**手法である。

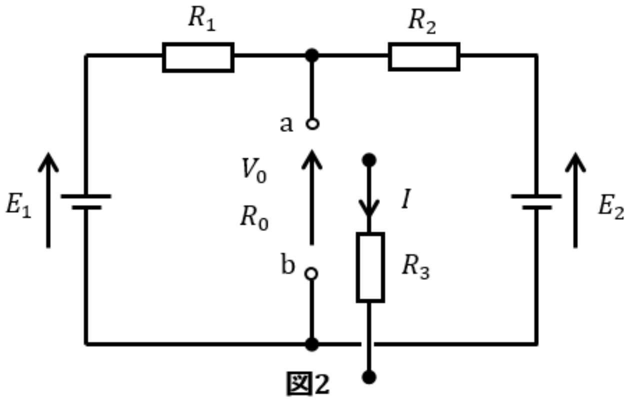


図2

図2のように、求める電流が流れている抵抗$R_3[\Omega]$を取り外し、内部抵抗$R_0[\Omega]$及び開放端電圧$V_0[\mathrm{V}]$を求める。

①内部抵抗$R_0[\Omega]$

内部抵抗$R_0[\Omega]$とは、端子abから内部を見たときの合成抵抗である。このとき、理想的な定電圧源は内部抵抗が0 Ωのため、

電圧源E_1[V]とE_2[V]は短絡させる（定電流源の場合は開放して考える）。

図3より、内部抵抗R_0[Ω]は抵抗R_1[Ω]とR_2[Ω]の並列回路になるため、次式で示すことができる。

$$R_0 = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{5\times10}{5+10} = \frac{10}{3}[\Omega]$$

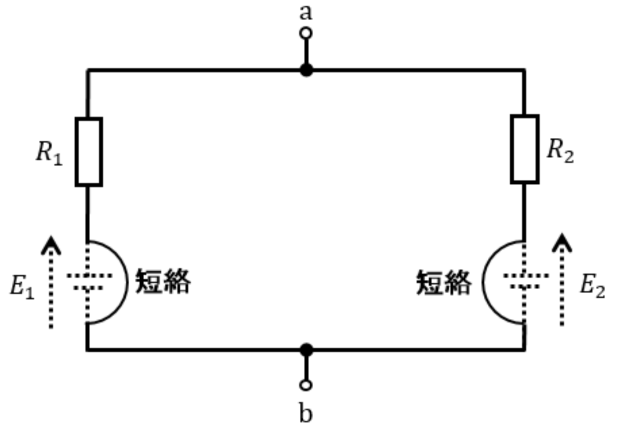


図3:R_0[Ω]の求め方

②開放端電圧V_0[V]

端子abを開放したときの開放端電圧V_0[V]は、図4のループ電流I_0[A]が流れたとして求めることができる。

$$I_0 = \frac{E_1-E_2}{R_1+R_2} = \frac{21-14}{5+10} = \frac{7}{15}[A]$$

$$V_0 = E_1 - R_1I_0 = 21 - 5\times\frac{7}{15} = \frac{56}{3}[V]$$

$$(V_0 = E_2 + R_2I_0 = 14 + 10\times\frac{7}{15} = \frac{56}{3}[V]$$

と考えても良い)

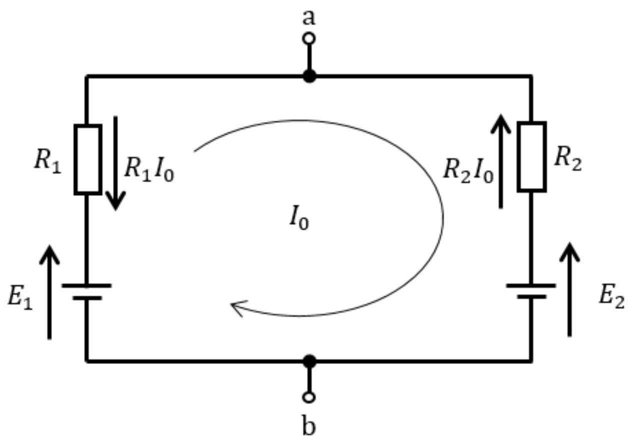


図4:V_0[V]の求め方

③　内部抵抗R_0[Ω]と開放端電圧V_0[V]、取り外した抵抗R_3[Ω]を用いて、テブナン等価回路を作る。（図5）

よって、端子abに抵抗R_3[Ω]をつないだとき、抵抗R_3[Ω]に流れる電流I[A]は、

$$I = \frac{V_{ab}}{R_{ab}+R_3} = \frac{\frac{56}{3}}{\frac{10}{3}+6} = 2[A]$$（答）

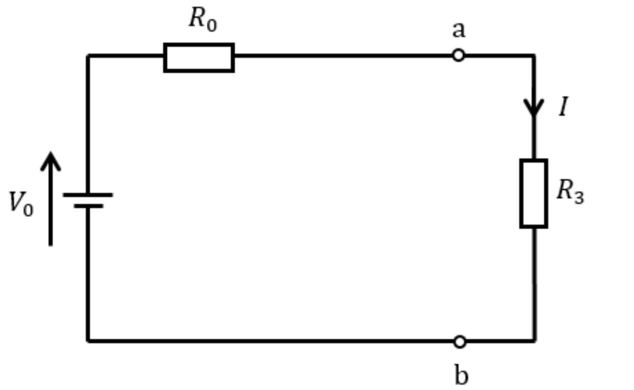


図5:テブナン等価回路

以下、別解

（別解 1）ループ法による解法

ループ法とは、**閉回路にそれぞれループ電流を仮定し、キルヒホッフの電圧則を適用する**手法である。

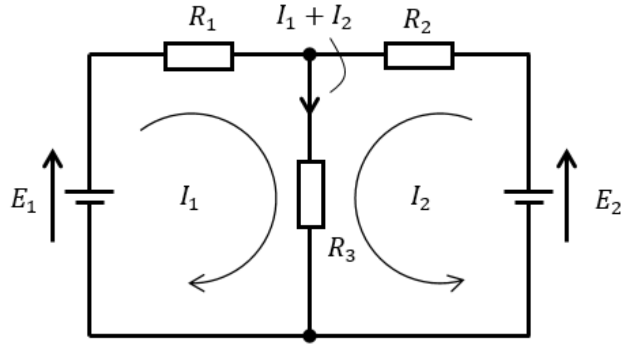


図6

図6のように、左側の閉回路に流れる電流をI_1[A]、右側の閉回路に流れる電流をI_2[A]とすると（共通する枝の電流は合成電流）、キルヒホッフの電圧則より次式を立式できる。

$$\begin{cases} R_1I_1 + R_3(I_1+I_2) = E_1 \\ R_2I_2 + R_3(I_1+I_2) = E_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5I_1 + 6(I_1 + I_2) = 21 \\ 10I_2 + 6(I_1 + I_2) = 14 \end{cases}$$

I_1[A]、I_2[A]について求めると、

$$I_1 = 1.8[\mathrm{A}]$$

$$I_2 = 0.2[\mathrm{A}]$$

したがって、抵抗$R_3[\Omega]$に流れる電流I[A]は、

$$I = I_1 + I_2 = 1.8 + 0.2 = 2[\mathrm{A}]\ （答）$$

（別解 2）重ねの理による解法

重ねの理とは、**多数の起電力を含む回路の電流分布は、各起電力が個々に単独にある場合の電流分布の総和（重ね合わせる）に等しい**ことを用いた手法である。

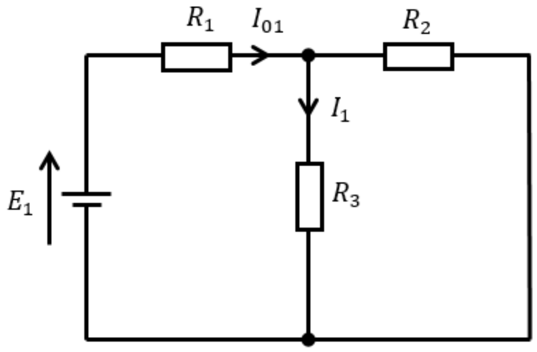


図7

図7のように、電圧源E_2[V]を短絡時（電圧源E_1[V]のみを考える）、回路全体の電流I_{01}[A]はオームの法則より、抵抗$R_3[\Omega]$を流れる電流I_1[A]は分流比より、次式で示すことができる。

$$I_{01} = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{21}{5 + \frac{10\times 6}{10+6}} = 2.4[\mathrm{A}]$$

$$I_1 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} I_{01} = \frac{10}{10+6} \times 2.4 = 1.5[\mathrm{A}]$$

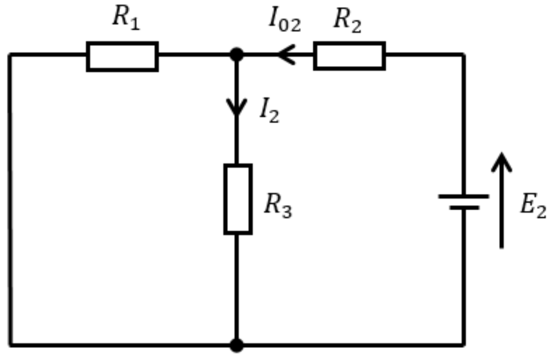


図8

図8のように、電圧源E_1[V]を短絡時（電圧源E_2[V]のみを考える）、回路全体の電流I_{02}[A]と抵抗$R_3[\Omega]$を流れる電流I_2[A]は同様に、次式で示すことができる。

$$I_{02} = \frac{E_2}{R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}} = \frac{14}{10 + \frac{5\times 6}{5+6}} = 1.1[\mathrm{A}]$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_3} I_{02} = \frac{5}{5+6} \times 1.1 = 0.5[\mathrm{A}]$$

したがって、電流I[A]はI_1[A]とI_2[A]の重ね合わせにより次式で示すことができる。（この場合はI_1、I_2が同じ方向に流れる設定としたため和となる）

$$I = I_1 + I_2 = 1.5 + 0.5 = 2[\mathrm{A}]\ （答）$$

＜ポイント＞

- この問題は、基本的な直流回路計算の問題であるが、交流回路においても同様の手法が適用できる。
- ノード法は、複数の枝に流れる電流を求める際に有効である。一例として、零相電圧検出装置(ZPD)の特性を理解するために効果的。
- テブナンの定理は、一つの枝に流れる電流を求める際に有効である。理論だけでなく電力科目における地絡電流計算にも効果的。
- ループ法は、キルヒホッフの法則を理解する際に有効であるが、未知数が多く計算が煩雑になりがちである。
- 重ねの理は、異なる周波数が重ね合わさった交流計算の際に有効である。また、テブナンの定理は重ねの理から証明できる。
- 回路計算の上達には、一つの問題を上記のような複数の計算手法で求められるようになることが近道である。問題演習を繰返すうちに、どの手法だとスムーズに解答できるかが身についてくる。