

【問題】

220V、60Hz、15kW、6極の三相巻線形誘導電動機がインバータ電源によってV/f制御で運転され、280min⁻¹で回転している。このとき、電動機の滑りが4%であるとする、インバータの周波数および電圧はいくらになるか。また、負荷トルクが一定とする、この場合の出力はいくらか。ただし、定格時の滑りは4%とする。

（出典：オーム社『電験三種 合格一直線 機械』）

【解答】※文中の記号は、解答末にて定義した。

（1）インバータ周波数 f_i [Hz]を求める。

題意より、インバータ制御による誘導電動機の回転速度 N_i [min⁻¹]は、滑り4%の状態では280min⁻¹で回転している。この回転速度 N_i [min⁻¹]と、インバータ周波数に同期した回転速度 N_{si} [min⁻¹]との関係は、 $N_i = N_{si}(1 - s)$ [min⁻¹]により求められる。したがって、

$$N_{si} = \frac{N_i}{(1-s)} = \frac{280}{(1-0.04)} \cong 291.7[\text{min}^{-1}]$$

同期速度 N_{si} が分かったので、周波数と同期速度の関係式 $N_{si} = \frac{120f}{p}$ [min⁻¹]より、インバータ周波数 f_i [Hz]を求めると

$$f_i = \frac{pN_{si}}{120} = \frac{6 \times 291.7}{120} \cong 14.6[\text{Hz}] \quad (\text{答})$$

（2）V/f制御によるインバータ制御電圧 V_i [V]を求める。

V/f制御では、一次電圧 V [V]と一次周波数 f [Hz]の比 $\frac{V}{f}$ は一定である。したがって定格周波数 f_n [Hz]時の定格電圧 V_n [V]と、インバータ制御により変更した周波数 f_i [Hz]時の制御電圧 V_i [V]は $\frac{V_n}{f_n} = \frac{V_i}{f_i}$ = 一定となるので、

$$V_i = \frac{f_i}{f_n} V_n = \frac{14.58}{60} \times 220 \cong 53.5[\text{V}] \quad (\text{答})$$

（3）負荷トルク一定という条件でのインバータ制御出力 P_{oi} [W]を求める。

誘導電動機のトルク T [N・m]に関する式は、

$$T = \frac{\text{二次入力(同期ワット)}P_2}{\text{同期角速度}\omega_s} = \frac{P_2(1-s)}{\omega_s(1-s)}$$

$$= \frac{P_o}{\omega_s(1-s)} [\text{N}\cdot\text{m}] \quad \dots \textcircled{1}$$

であるが、題意よりトルク一定制御であるから①式より P_o と $\omega_s(1-s)$ は比例関係にあることがまずわかる。

$$\text{また}\omega_s = \frac{2\pi N_s}{60} [\text{rad/s}] \text{であり、} N_s = \frac{120f}{p} \text{である}$$

$$\text{から}\omega_s = \frac{2\pi N_s}{60} = \frac{4\pi f}{p} [\text{rad/s}] \text{となり、トルク一定}$$

制御では、出力と周波数の比が一定であることから、インバータ制御前後の出力と周波数の比

$$\text{も一定と考えられる。つまり}\frac{P_o}{f} = \frac{P_{on}}{f_n} = \frac{P_{oi}}{f_i} \text{一定}$$

である。

この関係式から、インバータ制御出力 P_{oi} [W]を求めることができる。

$$P_{oi} = \frac{f_i}{f_n} \times P_{on} = \frac{14.58}{60} \times 15 \cong 3.65[\text{kW}] \quad (\text{答})$$

N_s : 同期速度[min^{-1}]
 N_{si} : インバータ周波数と同期する回転速度[min^{-1}]
 N_i : N_{si} に対し滑り s の回転速度[min^{-1}]
 f : 一次周波数[Hz]
 f_n : 定格周波数[Hz]
 f_i : インバータ周波数[Hz]
 V_n : 定格一次電圧[V]
 V_i : インバータ制御電圧[V]
 T : トルク[$\text{N}\cdot\text{m}$]
 s : 滑り
 p : 極数
 $\omega_s = 2\pi N_s/60$: 同期角速度[rad/s]
 $\omega_s(1-s)$: 角速度[rad/s]
 P_2 : 二次入力[kW]
 $P_o = P_2(1-s)$: 機械的出力[kW]
 P_{on} : 定格出力[kW]
 P_{oi} : インバータ制御出力[kW]

<ポイント>

本問はインバータによる速度制御のうち、 V/f 制御に関する問題である。

この制御方式は、省エネルギーを目的として空調機用ファン（送風機）やポンプ等に多用されている。誘導機を流量に関係なく一定速度で運転する（速度制御をしない）と、ファンやポンプの出口（時には入口）で必要流量に合わせてバルブやダンパを絞り調整するので、この機械的な抵抗が損失になる。また一定速度での運転では、電力などのエネルギー使用量も無駄になる。これに対して V/f 制御は、バルブやダンパの調整ではなく誘導機の回転速度制御により負荷の必要量・使用状況に応じた風量や水量が供給できる。機械的損失を減らせ、電力などのエネルギー使用量も削減することができる。

現場実務に関連づけて本問題のポイントを確認しておくことが望ましい。

1. 滑りと回転速度

(1) 誘導電動機の回転速度

誘導電動機は、固定子の三相交流が作る回転磁界に対して回転子が磁束鎖交し、アラゴの円盤の原理により回転子が追従して回る。(図1) 回転子導体が固定子の回転磁界(N_s)と鎖交し、回転子導体に $F = IBl$ [N]の力が発生する。

I : 電流[A] B : 磁束密度[T] l : 導体長[m]

その力により回転子が回転磁界に対して滑り s を関数として $N_s(1-s)$ で回転する。この原理はインバータ制御下でも変わらない。(図2)

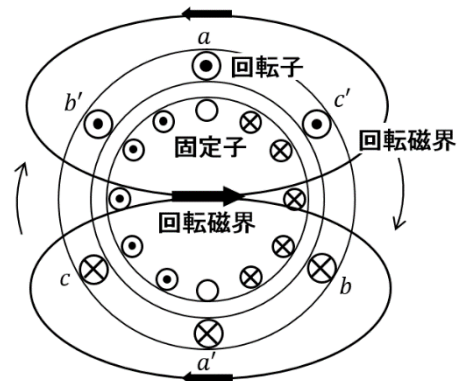


図1 固定子回転磁界と回転子

T :トルク[$\text{N}\cdot\text{m}$]

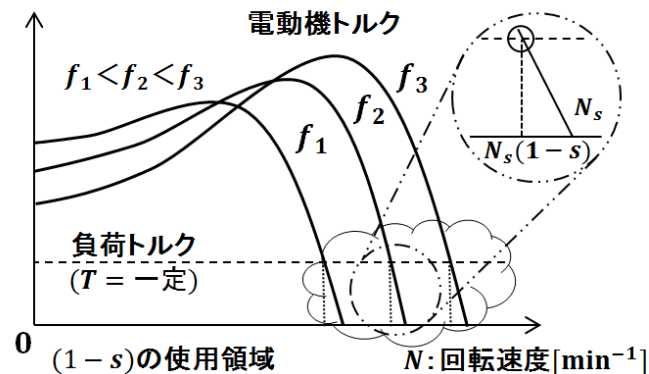


図2 負荷トルク一定-速度特性

(2) インバータ制御時の滑り

インバータ制御の特徴は、この誘導電動機の回転原理をそのまま使うことにある。電源の周波数を変えることにより同期回転速度 N_{si} を変え、回転子は $N_{si}(1-s)$ で回転する。

本問では滑り4%での出題であったが、実際にファンやポンプの場合、5%前後であるものが

多い。

ただしインバータ制御は、周波数については確認できるが回転速度については確認できないものが多い。このあたりを考慮して実際の回転速度を算出するのも電気技術者の役割と言える。回転速度は後で述べるようにファン送風量やポンプ水量を考える場合に重要な量である。

2. V/f制御と消費電力の削減

(1) V/f制御について

本問ではV/f制御を $\frac{V_n}{f_n} = \frac{V_i}{f_i} = \text{一定}$ と考え問題を解いたが、その理論的な根拠を確認する。

- a. 誘導電動機の等価回路(図3)で考えると、二次側の回転子に発生する電圧は、一次側の励磁回路で生じた磁束 ϕ が二次側巻線に鎖交して発生する。二次側誘導起電力は変圧器と同様、磁束鎖交による起電力であり、式 $E_2 = 4.44K_w f W \phi$ [V]により求めることができる。

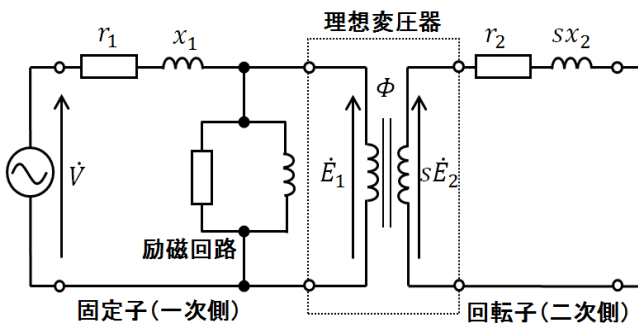


図3 誘導電動機等価回路(一相分)

\dot{V} : 電源電圧(相電圧) [V]
 \dot{E}_1, \dot{E}_2 : 一次、二次側誘導起電力 [V]
 r_1, r_2 : 一次、二次巻線抵抗 [Ω]
 x_1, x_2 : 一次、二次リアクタンス [Ω]
 s : 滑り
 K_w : 巻線係数
 W : コイル巻数
 ϕ : 励磁回路による磁束 [Wb]

- b. この式は、 E_2 を一定のまま周波数を小さくすると、磁束 ϕ が増える関係を表している。周波数を小さくすると励磁電流が増え磁気飽和となる。これを避けるために周波数に比例して E_2 も下げる。但し E_2 は直接計測制御できないので、電源電圧 V を代替に制御する。 $V \propto f\phi$ の関係にあつて、 ϕ を一定のまま V と f を比例的に下げて磁気飽和を回避する。これがV/f 制御である。

(2) 消費電力の低減

V/f制御は、誘導機の省エネルギー運転を可能とする。

本問のようにトルク一定の条件 ($\frac{P_{on}}{f_n} = \frac{P_{oi}}{f_i} = \text{一定}$) では、周波数と出力を比例的に下げることによって、解答例の通りおよそ76% (15kW \rightarrow 3.65kW) のエネルギー削減を達成している。

しかし負荷によっては、このように $\frac{P_{oi}}{f_i} = \text{トルク一定}$ の条件で出力を求められない場合もある。ファンやポンプ動力の場合は、負荷側が要求する機械出力(軸動力)やトルクは周波数により一定ではない。これを考慮して、周波数の制御を考える必要がある。

3. ファンやポンプのインバータ制御について

そこで最後に、一般的なファンやポンプの場合の汎用インバータによる周波数制御について確認する。

- (1) ファンの羽根車の回転速度と諸量の関係
ファンやポンプは、ケーシングの中で羽根車が回り空気や流体を加速し、ある速度でダクトや配管に送り出す。この時の回転速度(周波数) N [min^{-1}] (f [Hz]) とそれぞれの諸量(風量、トルク、負荷エネルギー量)との関係は次のようになる。

◆回転速度と諸量の関係式

※ 文中の記号は、本文中にて定義した。

a. ファンの風量と回転速度（ポンプ流体も同様）
送り出す風量は、**回転速度に比例する**。

関係) $Q_1:Q_2 = N_1:N_2$

根拠式) $Q = 3600Sv_a[m^3/h]$

$$v_a \propto \omega r = \left(\frac{2\pi N}{60}\right)r[m/s]$$

(流体速度 v_a は、回転体の回転速度 $\omega r[m/s]$ に比例)

b. トルクと回転速度

トルクは回転体の**回転速度の二乗に比例する**。

関係) $T_1:T_2 = N_1^2:N_2^2$

根拠式) $T = Fr = m\alpha r = mr^2\omega^2$

$$= mr^2\left(\frac{2\pi N}{60}\right)^2 [N\cdot m]$$

c. 流体供給エネルギー（負荷エネルギー）量と回転速度

負荷エネルギー量は**回転速度の三乗に比例する**。

関係) $W_1:W_2 = N_1^3:N_2^3$

根拠式) $W = \frac{(m_a v_a^2)}{2} = \frac{\text{流体の質量} \times \text{速度の二乗}}{2}$

$$= \frac{(\rho S v_a) \times v_a^2}{2} = \frac{\rho S v_a^3}{2} \propto N^3 [J/s]$$

N : 回転速度[min^{-1}]

Q : 流体の体積[m^3/h]

Q_1 : N_1 時の風量 Q_2 : N_2 時の風量

S : ダクト面積[m^2]

v_a : 流体の速度[m/s]

ω : 回転角速度[rad/s]

ωr : 送風機等の回転速度[m/s]

r : 回転体の半径[m]

T : トルク[$\text{N}\cdot\text{m}$]

T_1 : N_1 時のトルク T_2 : N_2 時のトルク

W : 流体負荷供給エネルギー[J/s]

W_1 : N_1 時のエネルギー W_2 : N_2 時のエネルギー

m : 回転体の質量[kg]

m_a : 流体の質量(= $\rho \times S \times v_a$)[kg/s]

α : 加速度[m/s^2] ρ : 流体の密度[kg/m^3]

このように負荷が要求するトルクやエネルギーは、ファンやポンプの場合、回転速度＝周波数制御に応じて変わる。この点を理解して周波数制御を実施する必要がある。

(2) 適用例

実際にこのような負荷トルクと誘導機のトルクを重ねると、図4となる。

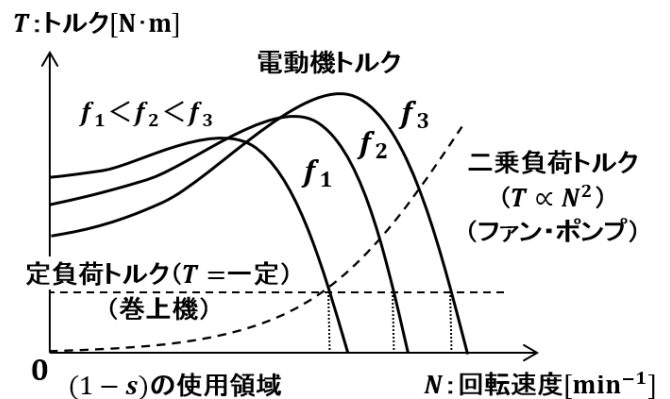


図4 トルク-速度特性

滑りは f を上げれば大きくなり、下げれば小さくなる。 $N \propto f$ で考えると、周波数制御後のトルク T_2 は、

$$T_2 = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times T_1 [N\cdot m]$$

で求められるが、 T_2 の値が誘導電動機の仕様書に照らし合わせて運転許容範囲であるかどうかチェックする必要がある。周波数 f を下げた場合、トルクは回転速度の二乗で低下するからである。トルクが不足すると誘導機の運転が不可能となる、あるいは運転が可能でも空調ファンであれば供給先の換気風量不足による二酸化炭素濃度の上昇、ポンプの場合であれば送るべき揚程に流体を上げることができなくなることもある。

ただし、次式の通り負荷エネルギーは周波数に対して三乗で低減していく。つまり回転速度を下げることにより得られる省エネルギー効果は大きい。

$$W_2 = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^3 \times W_1 [J/s]$$

以上に述べたように、実務では機器の効率的

な省エネルギー運転が求められる。その基本となるのは電験三種取得のために学んだ内容に他ならない。電気技術者として実際の現場で遭遇する諸課題への適確な対応のためにも、基礎をしっかりと積み上げていただきたい。

以上